Fachbereich Informatik
Dr. Michael Haupt
Visar Januzaj
Johannes Kinder
Sommersemester 2010

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

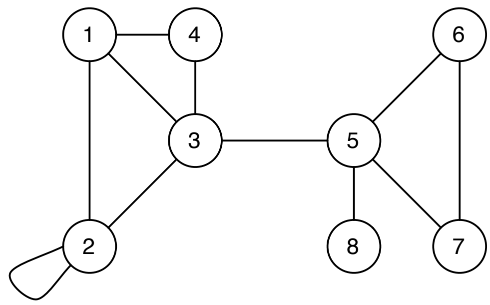
Grundlagen der Informatik 2

Übungsblatt 3

Abgabe: 14.05.2010, 15:00

T 3.1 Graphentheorie

Gegeben ist die nebenstehende Darstellung des Graphen G:



a) Geben Sie den Graphen in Mengennotation an.

b) Bestimmen Sie die Trennknoten des Graphen.

c) Bestimmen Sie für jeden Trennknoten die zusammenhängenden Komponenten (Zusammenhangskomponenten) , die entstehen, wenn der Trennknoten und alle inzidenten Kanten entfernt werden.

d) Geben Sie einen minimal aufspannenden Baum an.

e) Wie viele Kanten hat allgemein ein minimal aufspannender Baum in einem zusammenhängenden Graphen G mit n Knoten. Begründen Sie Ihre Antwort.

T 3.2 Eulersche Polyederformel

Beweisen oder widerlegen Sie:

a) Sei G = (V, E) ein zusammenhängender ebener Graph. Dann gilt:

$$\#\text{Flächen} = |E| - |V| + 2.$$

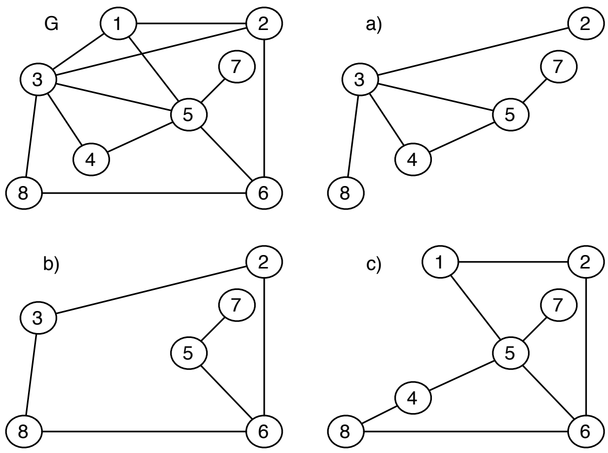
(Satz über planare Graphen aus der Vorlesung.)

b) Es ist nicht möglich 5 Länder auf einer Landkarte so anzuordnen, dass alle 5 Länder paarweise eine gemeinsame Grenze teilen (die Grenze darf nicht nur ein gemeinsamer Punkt sein).
Hinweis: Stellen sie die Länder als Knoten und die Grenzen dazwischen als Kanten dar.

Beachten Sie (für Teilaufgabe *b)* hilfreich), dass für jeden *schlichten* planaren Graphen $G = (V, E)$ mit $|V| \geq 3$ Knoten gilt $|E| \leq 3\,|V| - 6$.
Erklärung: Ein schlichter planarer Graph enthält keine Schlingen und keine Mehrfachkanten zwischen zwei Knoten.

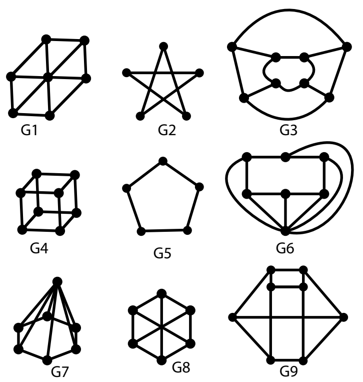
T 3.3 Teilgraphen

Prüfen Sie für die Graphen a) bis c), ob diese Teilgraphen oder induzierte Teilgraphen des Graphen G sind. Begründen Sie Ihre Antwort.



H 3.4 Isomorphie **(2P)**

Bestimmen Sie welche der untenstehenden Graphen paarweise isomorph sind.



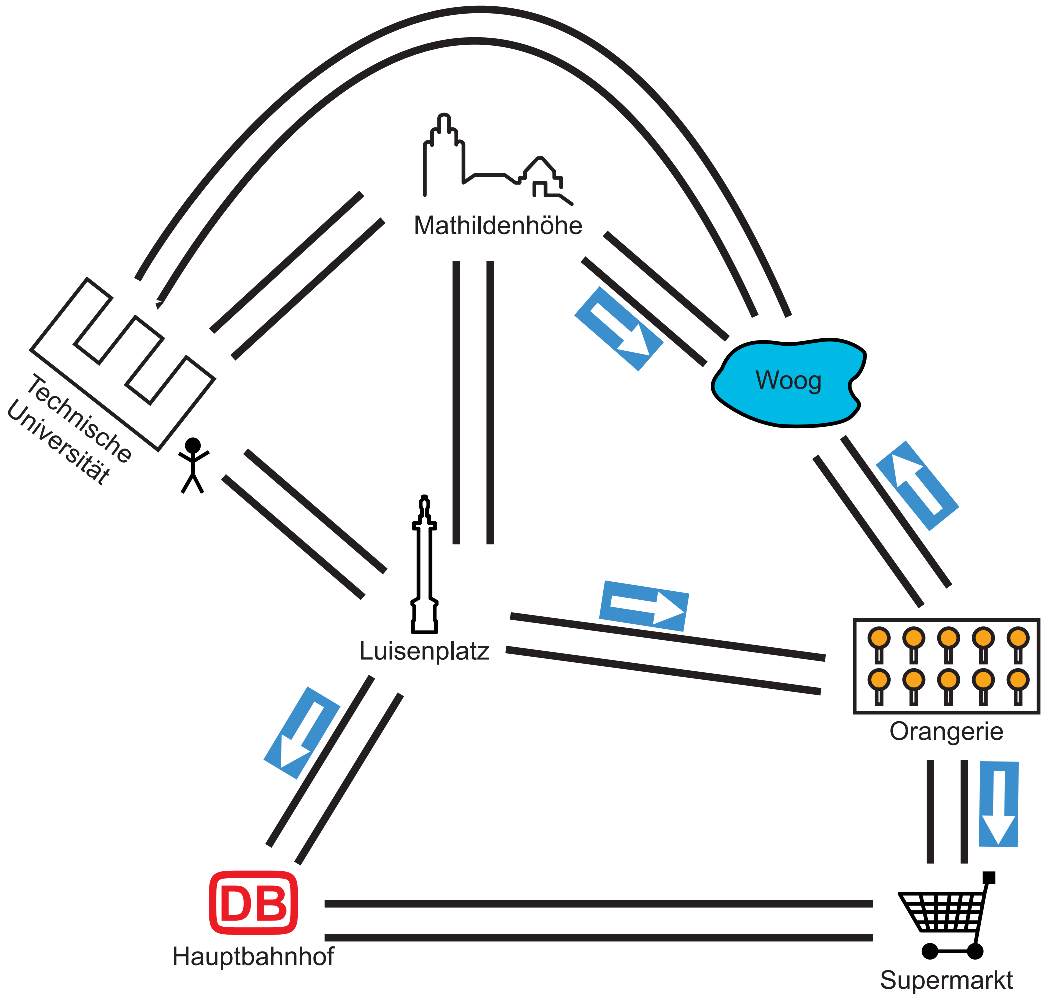
H 3.5 Offener eulerscher Weg (2P)

Ein *offener eulerscher Weg* in einem Graphen ist ein Pfad, der, ähnlich wie ein eulerscher Kreis, jede Kante des Graphen einmal enthält aber dessen Anfangs- und Endknoten verschieden sind. Stellen Sie eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür auf, dass ein Graph einen offenen eulerschen Weg enthält.

H 3.6 Darmstadt Tour (6 + 1 P)

In dieser Aufgabe machen wir eine Tour durch Darmstadt (siehe Bild auf der Rückseite). Dabei sind einige kleine Aufgaben zu erledigen. Diejenigen, die alle Teilaufgaben richtig gelöst haben, haben die Tour damit erfolgreich abgeschlossen und als Belohnung bekommen sie einen Extrapunkt.

- Zeichnen Sie (entsprechend dem Bild auf der Rückseite) einen gerichteten Graphen G und einen ungerichteten Graphen U. Beachten Sie dabei die Einbahnstraßen (weiße Pfeile auf blauem Hintergrund).
- Geben Sie die Graphen G und U in Mengennotation an. Für jeden Knoten in G, geben Sie die Menge der Vorgänger- und Nachfolgerknoten an.
- Finden Sie den kürzesten Weg von der TU zum Supermarkt (in beiden Graphen G und U). Sie müssen dabei alle Knoten mindestens einmal besuchen, aber jede Kante höchstens einmal nehmen.
- Wie viele Cliquen gibt es im Graphen U? Geben Sie sie alle an.
- Gibt es einen hamiltonschen Kreis in U? Begründen Sie Ihre Antwort.
- Gibt es einen eulerschen Kreis in U? Begründen Sie Ihre Antwort.
- Geben Sie alle k-regulären Teilgraphen in U an, für $k \geq 2$.
- Geben Sie alle vollständigen Teilgraphen in U an, für $|V| > 2$.
- Geben Sie einen minimal aufspannenden Baum in U an.
- Ist es möglich durch das Hinzufügen oder Entfernen einer einzigen Kante in U einen offenen eulerschen Weg (siehe **H 3.5**) zu finden? Falls ja, dann geben Sie diesen an. Falls das nicht möglich ist, begründen Sie ihre Antwort.


Mathildenhöhe
Woog
Technische
Universität
Luisenplatz
Orangerie
DB
Hauptbahnhof
Supermarkt